STOWARZYSZENIE DYREKTORÓW
I NAUCZYCIELI TWÓRCZYCH
I AKTYWNYCH SZKÓŁ ZAWODOWYCH
ul. Powstańców Wielkopolskich 63
85-090 Bydgoszcz
NIP: 967-00-54-505

XXIII KONKURS MATEMATYCZNY „EUKLIDES"
Zadania etap rejonowy

Zadanie 1.
Wyznacz wzór funkcji kwadratowej f wiedząc, że $f(3) = f(13) = 0$, a jej wartość największa wynosi 25. Oblicz pole trójkąta, którego wierzchołkami są punkty przecięcia wykresu funkcji f z osiami układu współrzędnych.

Zadanie 2.
W trapezie równoramiennym o polu 10 stosunek długości podstaw jest równy 1:3. Przekątne dzielą ten trapez na cztery trójkąty. Oblicz ich pola.

Zadanie 3.
Dane są ciągi: $a_n = 2n + 1$, $b_n = 4n - 3$.

a) Wykaż, że ciąg $c_n = 2a_n - 3b_n$ jest arytmetyczny.

b) Sprawdź, czy ciąg $d_n = [b_n - 4(n - \frac{5}{4})]^{\frac{1}{2}(a_n - 1)}$ jest geometryczny.

c) Oblicz sumę dziesięciu początkowych wyrazów ciągu $e_n = c_n + d_n$.

Zadanie 4.
Wyznacz wszystkie wartości parametru m dla których równanie
$$x^2 - (m+3)x - m = 0$$
ma dwa różne pierwiastki rzeczywiste x_1 , x_2 takie, że
$$x_1^4 + x_2^4 < 6m^3 + 104m^2 + 144m + 81 \ .$$

Zadanie 5.
Środek okręgu przechodzącego przez punkty $A(3,1)$ i $B(-1,3)$ należy do prostej o równaniu $3x - y - 10 = 0$.
a) Wyznacz równanie okręgu.
b) Oblicz odległość środka okręgu od prostej AB .

Uwaga:

- kod przyporządkowany do nazwiska prosimy wpisać w prawym górnym rogu każdej strony karty pracy
- Czas rozwiązywania zadań wynosi 120 minut.
- Za każde zadanie można otrzymać od 0 do 6 punktów.

Za komisję główną

mgr Robert Jasek

STOWARZYSZENIE DYREKTORÓW
I NAUCZYCIELI TWÓRCZYCH
I AKTYWNYCH SZKÓŁ ZAWODOWYCH
ul. Powstańców Wielkopolskich 63
85-090 Bydgoszcz
NIP: 967-00-54-505

XXIII KONKURS MATEMATYCZNY „EUKLIDES"
Zadania etap rejonowy

Zadanie 1.
Wyznacz wzór funkcji kwadratowej f wiedząc, że $f(3) = f(13) = 0$, a jej wartość największa wynosi 25. Oblicz pole trójkąta, którego wierzchołkami są punkty przecięcia wykresu funkcji f z osiami układu współrzędnych.

Zadanie 2.
W trapezie równoramiennym o polu 10 stosunek długości podstaw jest równy 1:3. Przekątne dzielą ten trapez na cztery trójkąty. Oblicz ich pola.

Zadanie 3.
Dane są ciągi: $a_n = 2n + 1$, $b_n = 4n - 3$.

a) Wykaż, że ciąg $c_n = 2a_n - 3b_n$ jest arytmetyczny.

b) Sprawdź, czy ciąg $d_n = [b_n - 4(n - \frac{5}{4})]^{\frac{1}{2}(a_n - 1)}$ jest geometryczny.

c) Oblicz sumę dziesięciu początkowych wyrazów ciągu $e_n = c_n + d_n$.

Zadanie 4.
Wyznacz wszystkie wartości parametru m dla których równanie
$$x^2 - (m+3)x - m = 0$$
ma dwa różne pierwiastki rzeczywiste x_1 , x_2 takie, że
$$x_1^4 + x_2^4 < 6m^3 + 104m^2 + 144m + 81 \ .$$

Zadanie 5.
Środek okręgu przechodzącego przez punkty $A(3,1)$ i $B(-1,3)$ należy do prostej o równaniu $3x - y - 10 = 0$.
a) Wyznacz równanie okręgu.
b) Oblicz odległość środka okręgu od prostej AB .

Uwaga:

- kod przyporządkowany do nazwiska prosimy wpisać w prawym górnym rogu każdej strony karty pracy
- Czas rozwiązywania zadań wynosi 120 minut.
- Za każde zadanie można otrzymać od 0 do 6 punktów.

Za komisję główną

mgr Robert Jasek