STOWARZYSZENIE DYREKTORÓW
I NAUCZYCIELI TWÓRCZYCH
I AKTYWNYCH SZKÓŁ ZAWODOWYCH
ul. Powstańców Wielkopolskich 63
85-090 Bydgoszcz
NIP: 967-00-54-505

XXIII KONKURS MATEMATYCZNY „EUKLIDES”
Zadania - finał 2024

Zadanie 1

Dane są liczby:

$m = log_5 \sqrt[3]{625} - log_2 \sqrt{\sqrt[3]{5}} + log_2 \sqrt[6]{160}$

$n = \sqrt{6 - 3\sqrt{3}} \cdot \left(63 + 36\sqrt{3}\right)^{\frac{1}{4}}$

a) Oblicz wartość wyrażenia $\left(2m - 3\sqrt{2n}\right)^3$.

b) Oblicz odchylenie standardowe liczb: m , n , 4 , 1, $\frac{11}{6}$.

Zadanie 2

Silos zbożowy zapełniany jest przez dwie rynny zasypowe o różnej wydajności. Pierwsza rynna pracując samodzielnie napełnia silos w czasie o 3 godziny dłuższym niż druga rynna. Pewnego dnia rynny napełniały silos przez 3 godziny, po czym awarii uległa druga rynna. Pierwsza rynna potrzebowała jeszcze 1,5 godziny aby samodzielnie napełnić do końca zbiornik. Oblicz ile czasu potrzebuje sprawna pierwsza rynna, aby samodzielnie napełnić następny taki sam silos.

Zadanie 3

Rozwiąż układ równań:

$$\begin{cases} y = x^2 - 6|x| + 4 \\ x^2 + y^2 - 6|x| = 16 \end{cases}$$

Zadanie 4

Dany jest wielomian $W(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$, gdzie liczby a, b, c, d są kolejnymi wyrazami ciągu arytmetycznego o różnicy $\frac{3}{4}$, a suma tych współczynników wynosi zero.

a) Wyznacz współczynniki a, b, c, d .

b) Wyznacz pierwiastki wielomianu W .

c) Oblicz sumę pięciu początkowych wyrazów ciągu geometrycznego (a_n), w którym $a_1 = d$ oraz $a_2 = b$.

Zadanie 5

Przez wierzchołek kąta prostego trójkąta prostokątnego o przyprostokątnych 8 i 15 poprowadzono prostą, która dzieli ten trójkąt na dwa trójkąty o równych obwodach. Oblicz stosunek promieni okręgów wpisanych w otrzymane z podziału trójkąty.

Uwaga:

- Kod przyporządkowany do nazwiska prosimy wpisać w lewym górnym rogu każdej strony karty pracy.
- Czas rozwiązywania zadań wynosi 120 minut.
- Za każde zadanie można otrzymać od 0 do 6 punktów.