

XV KONKURS MATEMATYCZNY „EUKLIDES”

Zadania na etap szkolny

Zad. 1. Suma cyfr liczby trzycyfrowej jest równa 15. Pierwsza cyfra jest o 5 mniejsza od drugiej cyfry, która jest o 4 większa od trzeciej. Wyznacz tę liczbę.

Zad. 2. Dane są liczby $x = \frac{3^{11}+27^4}{4 \cdot 9^4}$, $y = \sqrt{\sqrt{4\sqrt{81}} + \sqrt{25\sqrt{16}} + \sqrt[3]{\sqrt{64}}}$. Porównaj liczby: $2x^{-1}$ i y^{-2} .

Zad. 3. Rozwiąż nierówność $(2x - \sqrt{3})^2 - (2x + 3)^2 < 2x$. Następnie wyznacz najmniejszą liczbę całkowitą należącą do zbioru rozwiązań tej nierówności.

Zad. 4. Dana jest funkcja $f(x) = \frac{2x^2-1}{ax+3}$

a) Wyznacz liczbę a , dla której do wykresu funkcji f należy punkt $A = (-1, 1)$.

b) Wyznacz liczbę a , dla której dziedziną funkcji f jest $D = (-\infty, 6) \cup (6, \infty)$.

Zad. 5. Pociąg odjechał z 16 minutowym opóźnieniem, które nadrobił na drodze 80 km, jadąc z prędkością o 10 km/h większą niż przewidziano w rozkładzie jazdy. Jaka była prędkość pociągu według rozkładu jazdy?

Zad. 6. W pewnej klasie liczba chłopców stanowi 60% liczby uczniów. Gdy 6 chłopców wyjechało na konkurs matematyczny, w klasie pozostało tyle samo dziewcząt, co chłopców. Oblicz ilu uczniów liczy klasa i ile jest w niej dziewcząt?

Zad. 7. Funkcja kwadratowa $f(x) = x^2 + bx + c$ jest malejąca w przedziale $(-\infty, 1)$ i rosnąca w przedziale $(1, \infty)$. Wierzchołek paraboli będącej wykresem funkcji f należy do prostej $k: y = 4x - 8$. Oblicz miejsca zerowe funkcji f .

Zad. 8. Wykaż, że w dowolnym trójkącie prostokątnym o przyprostokątnych a i b oraz przeciwprostokątnej c , promień okręgu wpisanego w ten trójkąt jest równy $r = \frac{a+b-c}{2}$.

Zad. 9. Krótsza podstawa trapezu równoramiennego ma długość 2, a jego przekątna 12. Punkt przecięcia przekątnych dzieli każdą z nich w stosunku 1 : 3. Oblicz pole tego trapezu.

Zad. 10. Napisz równanie prostej przechodzącej przez punkt $P = (2, 6)$ i tworzącej z dodatnimi półosiąmi układu współrzędnych trójkąt o polu równym 24.