

XIV KONKURS MATEMATYCZNY „EUKLIDES”

Zadania - finał

Zadanie 1. Dane są liczby:

$$a = \sqrt{28 + 6\sqrt{3}} - \sqrt{28 - 6\sqrt{3}} \quad \text{i}$$

$$b = \frac{1}{10 \cdot 11} + \frac{1}{11 \cdot 12} + \frac{1}{12 \cdot 13} + \dots + \frac{1}{49 \cdot 50}$$

Która z liczb jest mniejsza i o ile?

Zadanie 2. Wykaż, że dla dowolnej liczby całkowitej m , liczba $m^6 - 2m^4 + m^2$ jest podzielna przez 36.

Zadanie 3. W kole poprowadzono cięciwy AB i CD , które przecięły się w punkcie E . Pole trójkąta AEC jest o 210 cm^2 większe od pola trójkąta EDB . Wiedząc, że $|AE| = 40 \text{ cm}$, $|ED| = 16 \text{ cm}$, $|BE| = 10 \text{ cm}$, oblicz:

- długość odcinka CE
- pola trójkątów AEC i EDB
- miarę kąta przecięcia się cięciwy AB z cięciwą CD

Zadanie 4. Dana jest funkcja $f(x) = \frac{x}{1+x}$

- wyznacz dziedzinę i zbiór wartości funkcji f
- zapisz wyrażenie $f(a) + f\left(\frac{1}{a}\right)$ w najprostszej postaci.

Zadanie 5. Punkty $C = (5,6)$, $D = (-1, 3)$ są końcami jednej z wysokości trójkąta równobocznego.

Napisz równanie okręgu opisanego na tym trójkącie, wiedząc, że punkt D nie jest wierzchołkiem tego trójkąta.