

## XII KONKURS MATEMATYCZNY „EUKLIDES”

### Zadania na etap szkolny

- Zad. 1. Dane są liczby:  $a = |1 - 3\sqrt{2} - 3\sqrt{2}|$        $b = |5\sqrt{2} - 8| + |6\sqrt{2} - 6|$   
Uzasadnij, że liczby a i b są równe, a następnie wskaż liczbę ujemną x, dla której zachodzi równość  $|x| = 2a + \frac{b}{2}$
- Zad. 2. Uzasadnij, że dla każdej liczby naturalnej n, liczba  $(n+1)^3 - (n^3 + 1)$  jest liczbą parzystą. Czy ta liczba jest podzielna przez 9 dla każdej liczby naturalnej n?
- Zad. 3. Rozwiąż równanie:  $243^{11} - 81^{14} + 7x = 9^{27}$ .
- Zad. 4. Wyznacz x:  $(\sqrt{5}x - 4)(2 - 3\sqrt{5}) = (2 - \sqrt{5})(6 + 3\sqrt{5})$ .
- Zad. 5. Wykres funkcji liniowej o współczynniku kierunkowym równym 2 ogranicza wraz z osiami układu współrzędnych trójkąt o polu 25. Znajdź wzór tej funkcji.
- Zad. 6. Określ dziedzinę funkcji:  $f(x) = \frac{x^2 + 3x}{x^2 - x - 12}$  i podaj współrzędne punktów przecięcia wykresu tej funkcji z osiami układu współrzędnych.
- Zad. 7. Oblicz różnicę między największą oraz najmniejszą wartością funkcji  $f(x) = 3(x+2)^2 - 10$  w przedziale  $\langle -3, 0 \rangle$ .
- Zad. 8. Dana jest funkcja  $f(x) = x^2 + 3x + 4$ . Wyznacz wzór funkcji  $g(x) = f(x-3)$  następnie rozwiąż nierówność  $f(x) \leq g(x)$ .
- Zad. 9. W trójkąt prostokątny o przeciwprostokątnej długości 10 wpisano okrąg o promieniu 2. Oblicz pole i obwód trójkąta.
- Zad. 10. Trapez prostokątny ma pole 96cm<sup>2</sup>. Krótsza przekątna dzieli go na dwa trójkąty prostokątne równoramienne. Jaką długość ma dłuższa przekątna?